

Analyse von Spielen

- 2 Personen A und B
- Nullsummenspiele: Gewinn von A = Verlust von B
(keine kooperativen Spiele)
- vollständige Information ; kein Zufall (Karten, Würfel)
- A und B ziehen abwechselnd ; A beginnt.

Modellierung als Graph: Knoten \equiv Spielpositionen

Spielposition = Stellung der Figuren etc. + Wer ist am Zug?

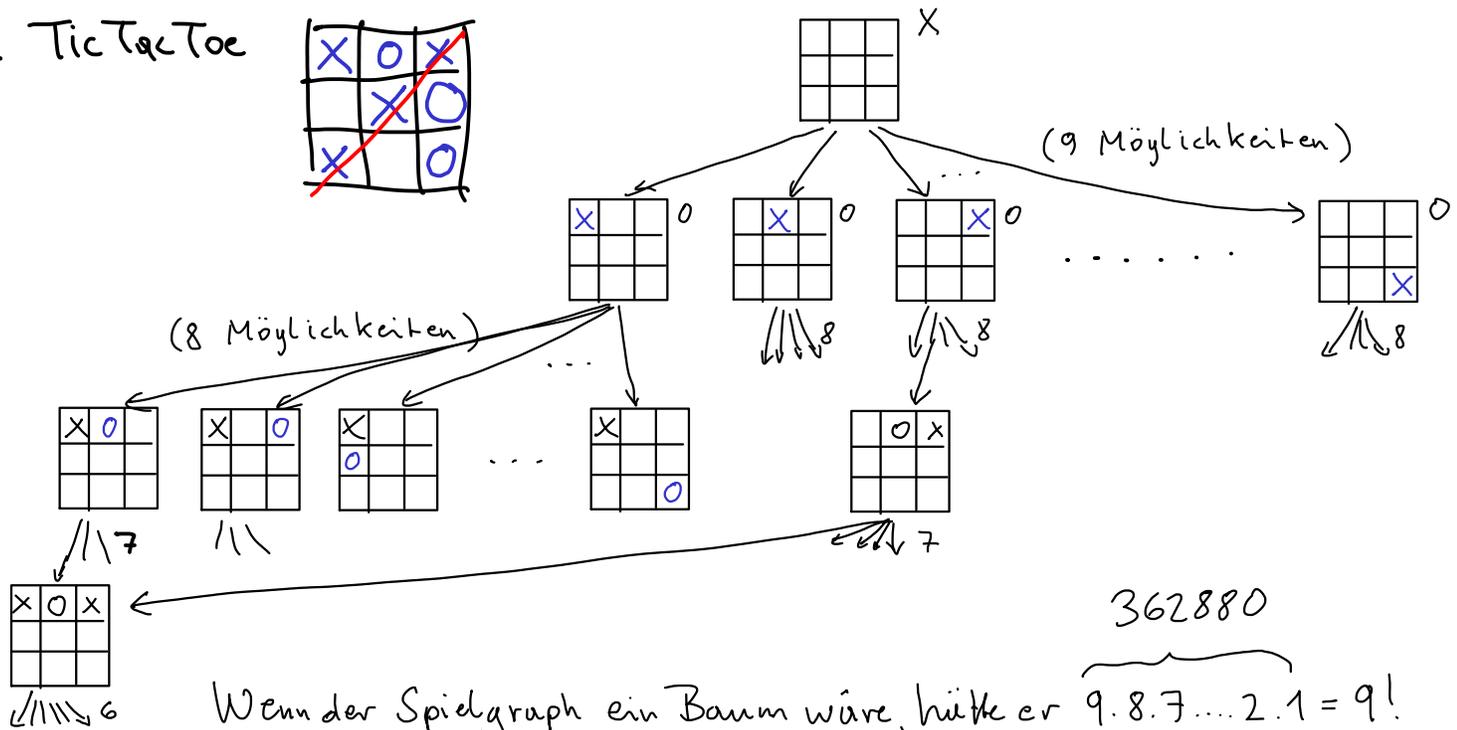
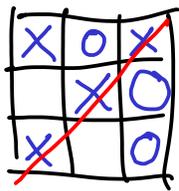
Endpositionen: Ergebnis steht fest. (= Gewinnwert von A)

A möchte maximieren, B möchte minimieren

Kanten: erlaubte Übergänge

Startposition

Bsp. Tic Tac Toe

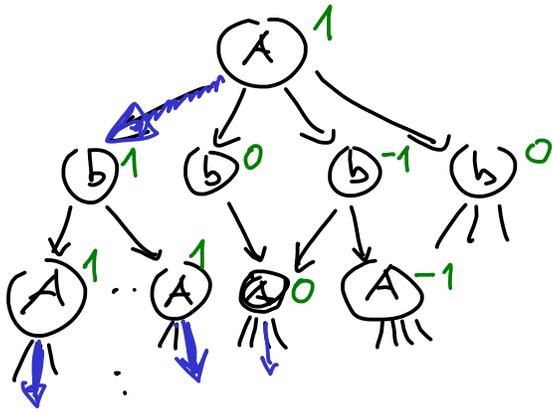


Spielzustände (Knoten) $\binom{9}{3} \cdot \binom{3}{1}$

$$1 + 9 + 9 \cdot 8 + \frac{9!}{1! \cdot 2! \cdot 6!} + \frac{9!}{2! \cdot 2! \cdot 5!} + \frac{9!}{3! \cdot 2! \cdot 4!} + \frac{9!}{3! \cdot 3! \cdot 3!} + \frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{9!}{4! \cdot 4! \cdot 1!} + \frac{9!}{5! \cdot 4!} = 6046$$

laut Wikipedia: 5478 Spielzustände

↳ 765 bei Berücksichtigung von Drehungen und Spiegelungen



Min-Max-Algorithmus

Endknoten: Bewertung +1, -1, 0

Wert des Spieles in einem inneren Knoten:
= Ergebnis, wenn A und B optimal spielen.

A-Knoten: = Maximum der Werte der Nachbarn

B-Knoten: = Minimum der Werte der Nachbarn

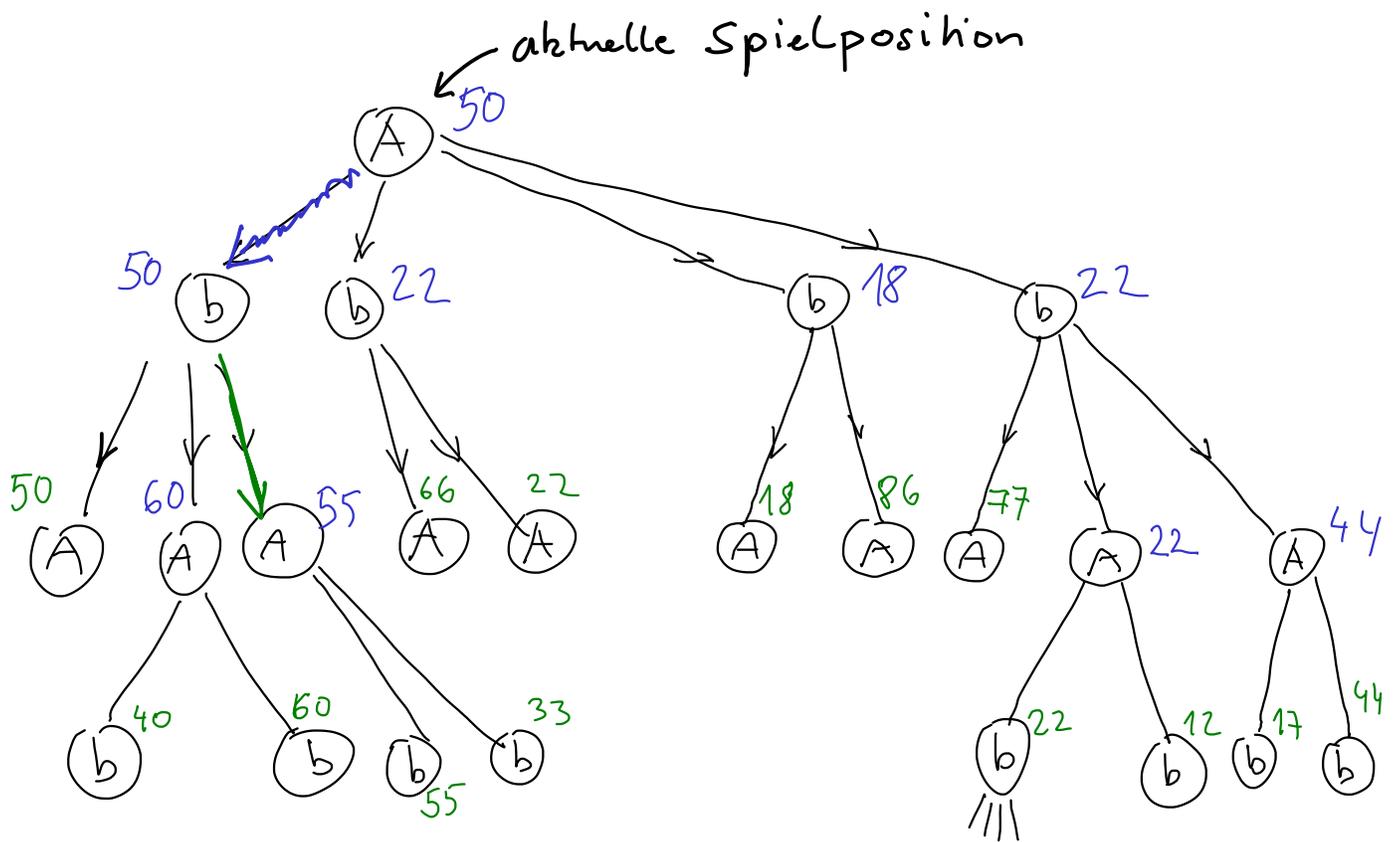
Wert des Spieles = Wert des Spieles im Startknoten

(Gewinn)strategie für A:
für jeden* A-Knoten: Auswahl einer ausgehenden Kante

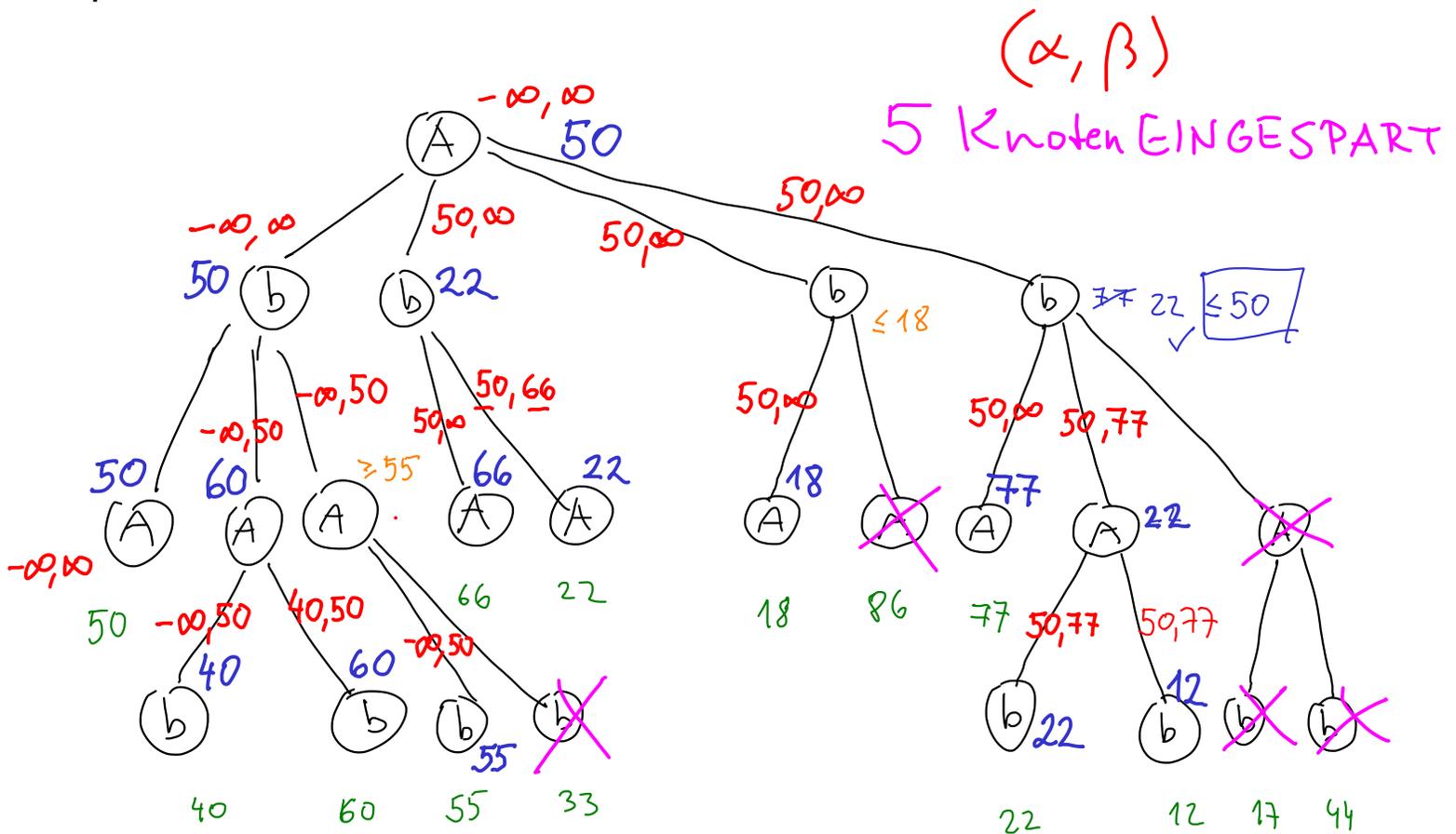
*zumindest für jeden Knoten, der mit dieser Strategie erreichbar ist.

Kreise im Spielgraphen?

Heuristische Bewertungsfunktion



α-β-Suche



Berechne Wert (Knoten v , α , β) $-\infty \leq \alpha < \beta \leq +\infty$

VARIANTE:

Berechne

$\max/\alpha, \min/\beta, w\}$

Berechne den Wert w des Knotens v , der sich gemäß MIN-MAX-Algorithmus ergibt.

Falls $\alpha < w < \beta$: bitte w genau bestimmen!

Alle Werte $w \leq \alpha$ sind einerlei.

Alle Werte $w \geq \beta$ sind einerlei.

- Berechne Wert (v , $-\infty$, $+\infty$) \Rightarrow genauer Wert w

FALL 1: v ist MAX-Knoten:

$w := -\infty$ α

für alle Kinder u von v :

$w' := \text{BerechneWert}(u, w, \beta)$

$w := \max(w, w')$

if $w \geq \beta$: return w

return w

FALL 2: v ist MIN-Knoten:

$w := \beta$

für alle Kinder u von v :

$w' := \text{BerechneWert}(u, \alpha, w)$

$w := \min(w, w')$

if $w \leq \alpha$: return w

return w