Abstrakte Datentypen

- Werte
- Operationen

Mengen

- Einfügen eines Elements $M := M \cup \{x\}$
- Löschen eines Elements $M := M \setminus \{x\}$

] Befehle

- Abfrage (enthalten) Ist $x \in M$?] Abfrage
- Erstellen der leeren Menge $M := \emptyset$
- Durchlaufen for $x \in M$ ....

WAS: Spezifikation eines abstrakten Datentyps

- verbale Spezifikation
- modellierende Spezifikation
  z.B. durch das (mathematische) Modell der Mengenlehre
  z.B. durch eine Referenzimplementierung (in einer einfachen Programmiersprache)
- algebraische Spezifikation
  Welche Beziehungen bestehen zwischen den Operationen?

Vgl. prozedurale (funktionale) Abstraktion
Typabstraktion: generische Programmierung

Mengen

Definition der Gleichheit

$$A = B \overset{DEF}{\Leftrightarrow} \left(\forall x : \; x \in A \Leftrightarrow x \in B \right)$$

- Es kommt nicht auf die Reihenfolge an. $\{1,2,3\} = \{3,2,1\}$ ✓
- Mehrfaches Vorkommen spielt keine Rolle $\{1,2,2,1,1\} = \{1,2\}$ ✓
  (Gegensatz: Multimengen)

PYTHON. set()

Unterschied.

- veränderliche Daten: [...], set(), selbstdefinierte Klassen
  (mutable)
- unveränderliche Daten: 1, "abc", (1,2), frozenset().
  (immutable)

→ können Elemente von set() sein.

JAVA: Gleichheit wird mit der equals()-Methode getestet.

Zur Spezifikation gehört auch

- Namen der Operationen (Methoden)
- Reihenfolge und Typ der Parameter

↑ Mengen von was?

Algebraische Spezifikation

$$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$$

$+ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\qquad f(a,b), \; a+b$

$\times : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$(a+b)^2 = (a+b) \times (a+b) = a^2 + 2a \times b + b^2 \quad (= b \times b)$$

---

einfüge : $G \times M \to M$ $\qquad$ „einfüge(x, m)"

lösche : $G \times M \to M$

leereMenge : M

istenthalten : $G \times M \to \{\text{wahr}, \text{falsch}\}$

istenthalten(x, leereMenge) = falsch ①

istenthalten(x, einfüge(y, m)) = { wahr, falls x = y ② ; istenthalten(x, m), sonst ③

istenthalten(x, lösche(y, m)) = { falsch, falls x = y ④ ; istenthalten(x, m), sonst. ⑤

Ist diese Spezifikation vollständig? konsistent? (eindeutig)

Behauptung:

istenthalten(y, lösche(x, einfüge(x, m))) = istenthalten(y, lösche(x, m))

Fall 1. $y = x$

L.S. $\overset{④}{=}$ falsch

R.S. $\overset{④}{=}$ falsch

Fall 2 $y \neq x$

L.S $\overset{⑤}{=}$ istenthalten(y, einfüge(x, m)) $\overset{③}{=}$ istenthalten(y, m)

R.S $\overset{⑤}{=}$ istenthalten(y, m) ✓

Referenzimplementierung als algebraischer Datentyp in Haskell

einfüge : G x M → M G = Int

lösche : G x M → M

leereMenge : M

```
data M = Le | Ei Int M | Lö Int M
```

```
ei x m = Ei x m
lö x m = Lö x m
```