Schnitt einer kontextfreien Sprache mit einer regulären Sprache

Satz: L_1 kontextfrei, L^R regulär $\Rightarrow L_1 \cap L^R$ kontextfrei

Beweis (1) $K = (\Sigma, \Gamma, Q, Z_0, q_0, \delta, F)$ $\quad L(K) = L_1$

DEA $A = (Q^R, \Sigma, q_0^R, \delta^R, F^R)$ $\quad L(A) = L^R$

$\bar{K} = (\Sigma, \Gamma, \underline{Q \times Q^R}, Z_0, (q_0, q_0^R), \bar{\delta}, \bar{F})$

Produktkonstruktion

$$\bar{\delta} = \{((q, q^R), a, z, (q', \delta^R(q^R, a)), \gamma) \mid (q, a, z, q', \gamma) \in \delta, q^R \in Q^R, a \in \Sigma\}$$

$$\cup \{((q, q^R), \varepsilon, z, (q', q^R), \gamma) \mid (q, \underline{\varepsilon}, z, q', \gamma) \in \delta, q^R \in Q^R\}$$

$\bar{F} = F \times F^R$ $\quad L(\bar{K}) = L(K) \cap L(A)$ $\quad \square$

Beweis (2) $G = (\Sigma, V, P, S)$ in CNF $\qquad L(G) = L$

DEA $\quad A = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F) \qquad L(A) = L^R$

Tripelkonstruktion

$\bar{G} = (\Sigma, \bar{V}, \bar{P}, \bar{S}) \qquad \bar{V} = Q \times V \times Q \cup \{\bar{S}\}$

Regeln: für $A \to BC \in P$ $\qquad (q, A, q'') \to (q, B, q')(q', C, q'')$

für alle $q, q', q'' \in Q$

$$S \xrightarrow[G]{*} V_1 V_2 \dots V_k \quad (V_i \in V)$$

$$\Leftrightarrow \quad \bar{S} \xrightarrow[\bar{G}]{*} (q, V_1, q')(q', V_2, q'')(q'', V_3, q''') \dots (q^{(k-1)}, V_k, q^{(k)})$$

für beliebige $q, q', q'', q''' \dots \in Q$

mit $q = q_0$ und $q^{(k)} \in F$

Regeln: für $A \to a \in P$

$$(q, A, \delta(q, a)) \to a \quad \text{für alle } q \in Q$$

Anfangsregeln: $\quad \bar{S} \to (q_0, S, q)$ für alle $q \in F$

Wenn $S \to \varepsilon \in P \wedge \varepsilon \in L^R$: $\quad \bar{S} \to \varepsilon \qquad \square$