Church-Turingsche These

Was überhaupt (durch einen Algorithmus) berechnet werden kann	≡	Was durch eine Turingmaschine berechnet werden kann

- Viele andere Definitionen von „Algorithmus" sind zu Turingmaschinen äquivalent.
- Turingmaschine zu primitiv?
  Turingmaschine ist mindestens so mächtig wie ein gängiger Computer.
- Turingmaschine zu mächtig?
  unbegrenzter Speicher
  gängiger Computer ist eher ein endlicher Automat

Berechenbare Funktionen:

Eine Turingmaschine, die für jede Eingabe hält, berechnet eine Funktion $f: \Sigma^* \to \Gamma^*$

Bandinhalt nach dem Halten

Bandinhalt zu Beginn der Berechnung

Eine Funktion heißt berechenbar, wenn sie von einer Turingmaschine berechnet wird.

Beispiel: Summe von zwei Binärzahlen $(x)\#(y) \mapsto (x+y)\#(y)$

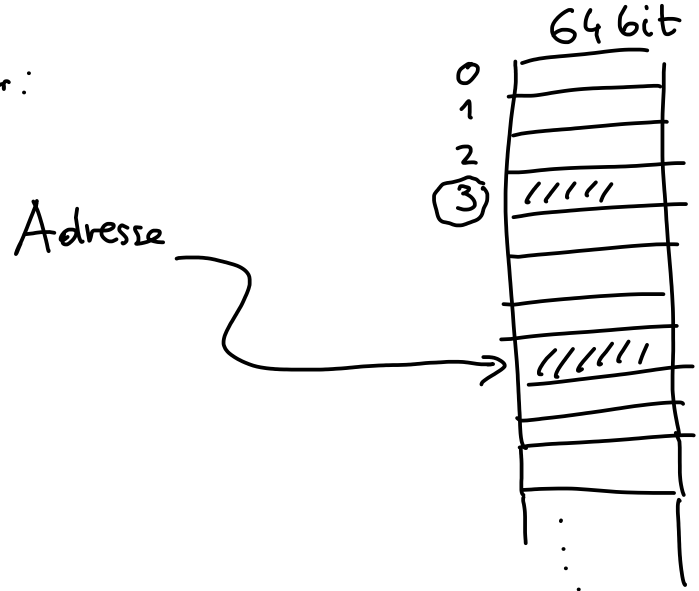
Programmiertechniken für Turingmaschinen

- Unterprogramme
  - Addieren (Übung)
  - als Hilfsprogramm für ein Multiplikationsprogramm

aus einfachen Funktionen schrittweise immer mächtigere Funktionen zusammenbauen.

- Speichern von Daten in einer Tabelle (Übung)

Direktzugriffsspeicher:



kann als Tabelle simuliert werden.

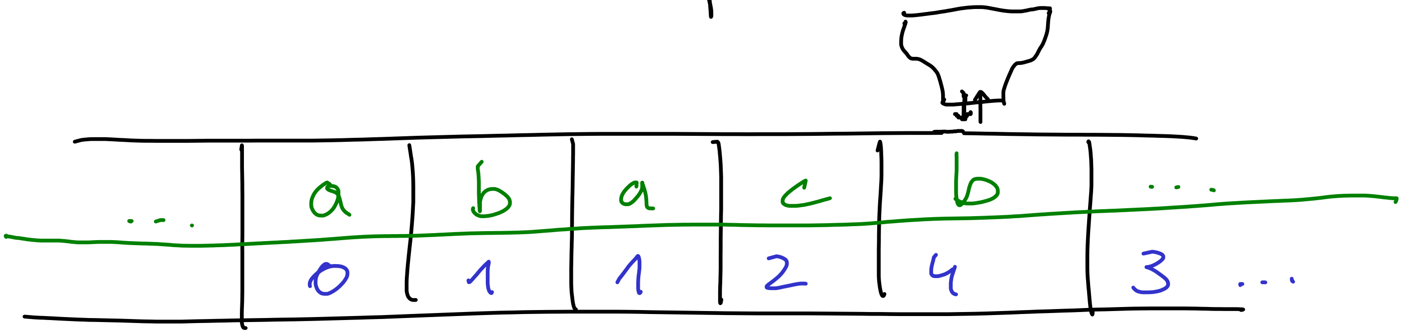
- Variablen mit endlichem Wertebereich W_1, W_2, W_3 können als Teil des Zustands gespeichert werden

$$Q = \tilde{Q} \times W_1 \times W_2 \times W_3$$

$$(\tilde{q}, w_1, w_2, w_3) \in Q$$

$\uparrow$ „Programmzähler"

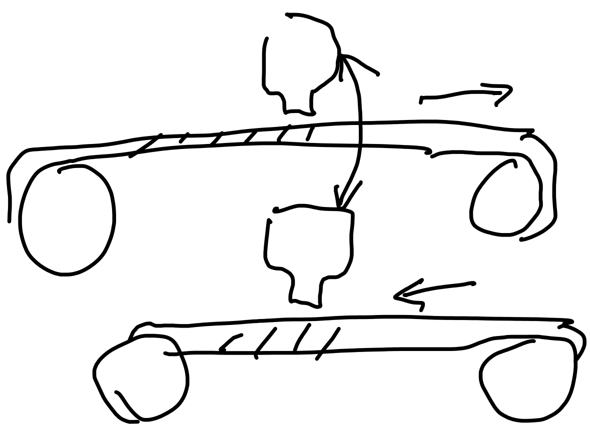
- Band mit mehreren Spuren



$$\Gamma = \Gamma_1 \times \Gamma_2$$

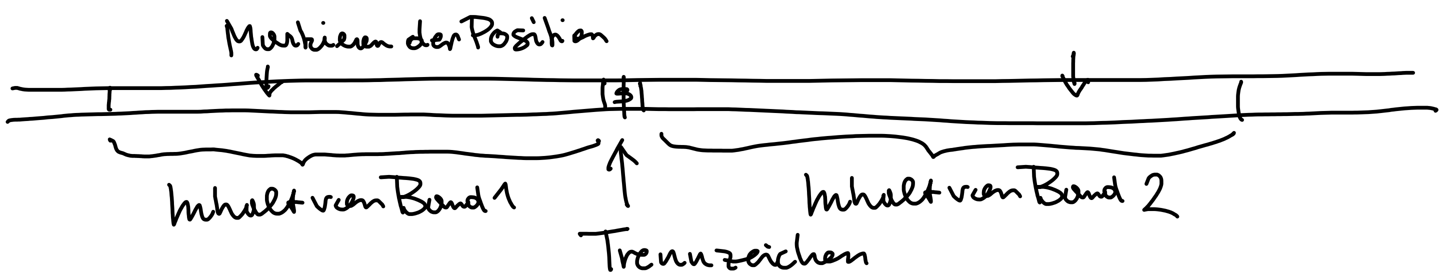
Turingmaschinen mit mehreren Bändern:

(Eine <u>Erweiterung</u> des Modells einer Turingmaschine)



- bieten Vorteile in Bezug auf <u>Laufzeit</u> (Anzahl der Schritte)

- können auf einer 1-Band-Turingmaschine simuliert werden



Einschränkungen

$\boxed{|\Sigma_i| = 2}$ $\boxed{\Sigma_i' = \{0,1\}}$

$\Sigma_i = \{a, b, \$, \#\}$ → codieren über $\{0,1\} = \Sigma_i'$

$\# \to 00$

$\$ \to 01$

$b \to 10$

$a \to 11$

$\underbrace{11}\underbrace{10}\underbrace{11}\underbrace{01}$ Keine wesentliche Einschränkung!

(Vereinfachung geht auf Kosten von $|Q|$.)

---

fleißige Biber

$\Sigma_i = \{\}$, $\Gamma = \{B, 1\}$

$Q = n$ Zustände + 1 Haltezustand

Wie lang kann eine TM mit $n+1$ Zuständen, beginnend mit dem leeren Band, rechnen, bevor sie hält?

$n=3$: 21 Schritte

$n=4$: 107 Schritte

$n=5$: ≥ 47 Millionen Schritte