

CYK-Algorithmus für das Wortproblem (Cocke, Younger, Kasami)

Gegeben: • kontextfreie Grammatik $G = (\Sigma, V, P, S)$ in CNF.
• Wort $w \in \Sigma^*$

Ist $w \in L(G)$? Bestimme gegebenenfalls einen Ableitungsbaum

Beispiel:

$S \rightarrow AB$

$\Sigma = \{b, c, d\}$

$w = ccc ddd bb$

$A \rightarrow CD \mid CF$

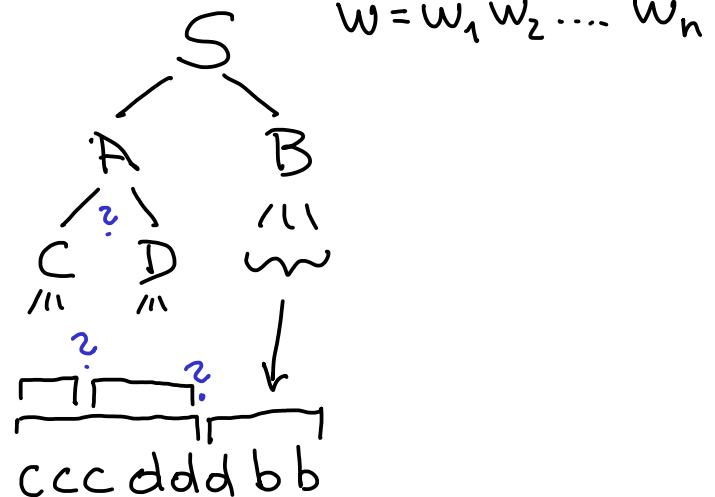
$B \rightarrow b \mid EB$

$C \rightarrow c$

$D \rightarrow d$

$E \rightarrow b$

$F \rightarrow AD$



Teilprobleme:

Kann ich aus X das Teilwort $w_i w_{i+1} \dots w_j$ ableiten?

$X \xRightarrow{*} w_i \dots w_j$?

$(X \in V, 1 \leq i \leq j \leq n)$

Dynamisches Programmieren:

Systematisches Lösen von Teilproblemen unter

Rückgriff auf (zu vor gelöste) kleinere Teilprobleme.

Kann ich aus X das Teilwort $w_i w_{i+1} \dots w_j$ ableiten?

Rekursion:

$$X \xRightarrow{*} w_i \dots w_j \Leftrightarrow \exists \text{ Regel } X \rightarrow YZ \\ \wedge \exists k: i \leq k < j \wedge Y \xRightarrow{*} w_i \dots w_k \wedge Z \xRightarrow{*} w_{k+1} \dots w_j$$

Fall $i=j$ (Rekursionsanker): $(1 \leq i < j \leq n)$

$$X \xRightarrow{*} w_i \Leftrightarrow \exists \text{ Regel } X \rightarrow w_i$$

Andere Notation: $V_{ij} := \{ X \in V \mid X \xRightarrow{*} w_i \dots w_j \}$
 $(1 \leq i \leq j \leq n)$

Rekursionsanker: $V_{ii} = \{ X \mid X \rightarrow w_i \}$ $(1 \leq i \leq n)$

Rekursionsgleichung: $V_{ij} = \{ X \mid X \rightarrow YZ, Y \in V_{ik}, Z \in V_{k+1,j}, i \leq k < j \}$
 $(1 \leq i < j \leq n)$

Systematische Reihenfolge:

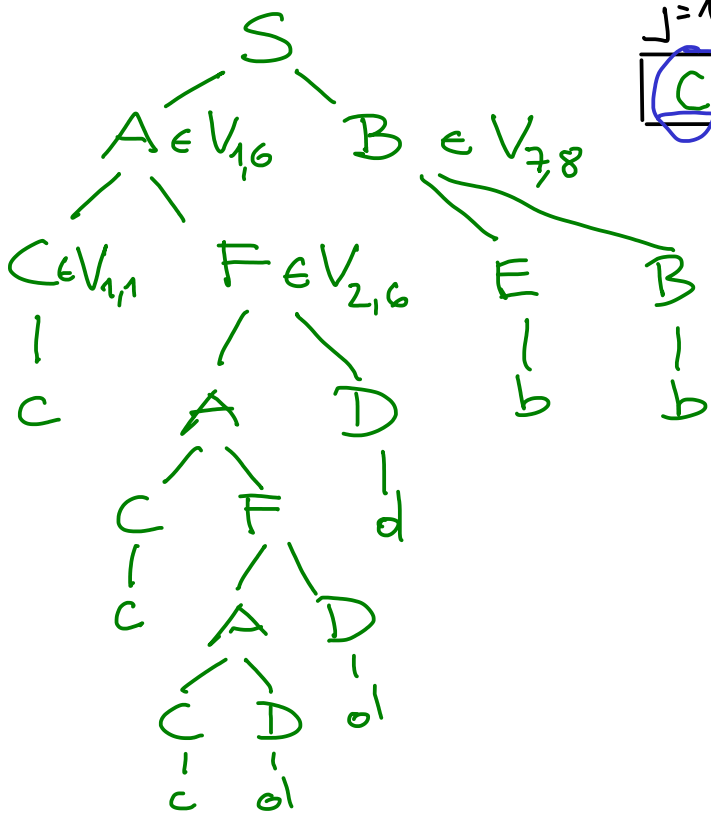
Löse die Teilprobleme für wachsendes $j-i = 0, 1, 2, \dots, n-1$

$$w \in L(G) \Leftrightarrow S \in V_{1n}$$

$S \rightarrow AB$
 $A \rightarrow CD \mid CF$
 $B \rightarrow b \mid EB$
 $C \rightarrow c$
 $D \rightarrow d$
 $E \rightarrow b$
 $F \rightarrow AD$

	j=1	2	3	4	5	6	7	j=8	
i=1	C	-	-	-	-	A	S	S	
2		C	-	-	A	F	-	-	
3			C	A	F	-	-	-	
4				D	-	-	-	-	
5					D	-	-	-	
6						D	-	-	
7							B, E	B	
8								B, E	

$w = w_1 w_2 w_3 w_4 w_5 w_6 w_7 w_8$
 $w = c c c d d d b b$



	j=1	2	3	4	5	6	7	j=8	i=1
1	C	-	-	-	-	A	S	S	1
2	C	-	-	A	F	-	-	-	2
3	C	A	F	-	-	-	-	-	3
4			D	-	-	-	-	-	4
5				D	-	-	-	-	5
6					D	-	-	-	6
7						B, E	B	-	7
8							B, E	-	8

Laufzeit des Algorithmus: $|w|=n$

Rekursionsgleichung: $V_{ij} = \{ X \mid X \rightarrow YZ, Y \in V_{ik}, Z \in V_{k+1,j}, i \leq k < j \}$
 $(1 \leq i < j \leq n)$

$\leq n^2$ Mengen V_{ij}
 $\leq n$ Möglichkeiten für k

$O(n^3)$ Laufzeit
 für eine feste Grammatik G.