

1. Punktlokalisierung in konvexen Polygonen, 10 Punkte

Gegeben ist ein konvexes Polygon  $P$ , dessen  $n$  Ecken  $p_0 p_1 \dots p_{n-1}$  in sortierter Reihenfolge im Gegenuhrzeigersinn vorliegen. Beschreiben Sie, wie für einen Anfragepunkt  $q$  in  $O(\log n)$  Zeit überprüft werden kann, ob  $q$  innerhalb von  $P$  liegt, auf dem Rand, oder außerhalb.

2. Doppeltverkettete Kantenliste (DCEL), 10 Punkte

(a) Welche der folgenden Aussagen gelten für jede Halbkante  $\vec{e}$ ?

$$\begin{aligned} \text{twin}(\text{twin}(\vec{e})) &= \vec{e} \\ \text{prev}(\text{next}(\vec{e})) &= \vec{e} \\ \text{prev}(\text{twin}(\vec{e})) &= \text{twin}(\text{next}(\vec{e})) \\ \text{face}(\vec{e}) &= \text{face}(\text{next}(\vec{e})) \end{aligned}$$

Hier ist  $\text{face}(\vec{e})$  die zu  $\vec{e}$  inzidente Fläche.

Machen Sie jeweils eine Skizze zur Illustration oder als Gegenbeispiel.

(b) Schreiben Sie einen Algorithmus in Pseudo-Code, der für eine nicht notwendigerweise zusammenhängende ebene Unterteilung, die durch eine DCEL dargestellt ist, die Menge der Knoten ausgibt, die auf der äußeren Fläche liegen. Analysieren Sie die Laufzeit.

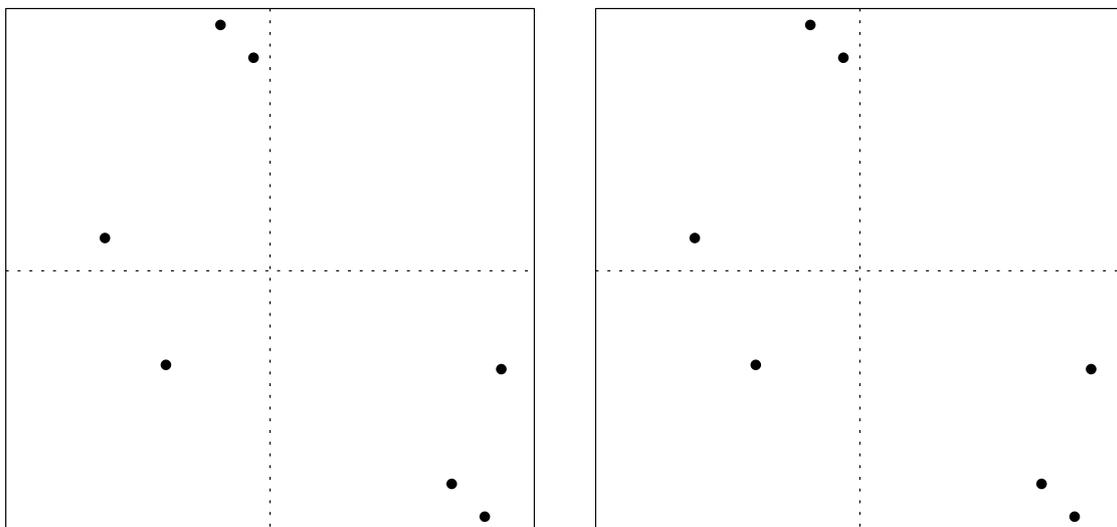
3. Quadrbäume, 10 Punkte

(a) Erstellen Sie den Quadbaum für die unten im Einheitsquadrat eingezeichnete Menge von 7 Punkte. Es genügt, wenn Sie die Quadrate zeichnen, die den Blättern entsprechen.

(b) Wie viele Knoten hat dieser Quadbaum?

(c) Ergänzen Sie den Quadbaum zu einem balancierten Quadbaum, wo sich benachbarte Blätter höchstens um den Faktor 2 in der Seitenlänge unterscheiden. Der Baum soll möglichst wenige Knoten haben. Zeichnen Sie den entstehenden Baum auf der rechten Seite.

(d) Wie viele Knoten hat der balancierte Quadbaum?



Bitte wenden!

4. Triangulierung, 10 Punkte

- (a) Zeichnen Sie im unten gezeichneten Polygon  $P$  die durch senkrechte Wände gebildete Trapezzerlegung der Innenfläche von  $P$  ein.
- (b) Fügen Sie in jedes Trapez, wo es geht, Diagonalen von  $P$  ein.
- (c) Triangulieren Sie die entstehenden Landschaftspolygone, indem Sie von links nach rechts die untere beziehungsweise obere konvexe Hülle des Randes bestimmen.

