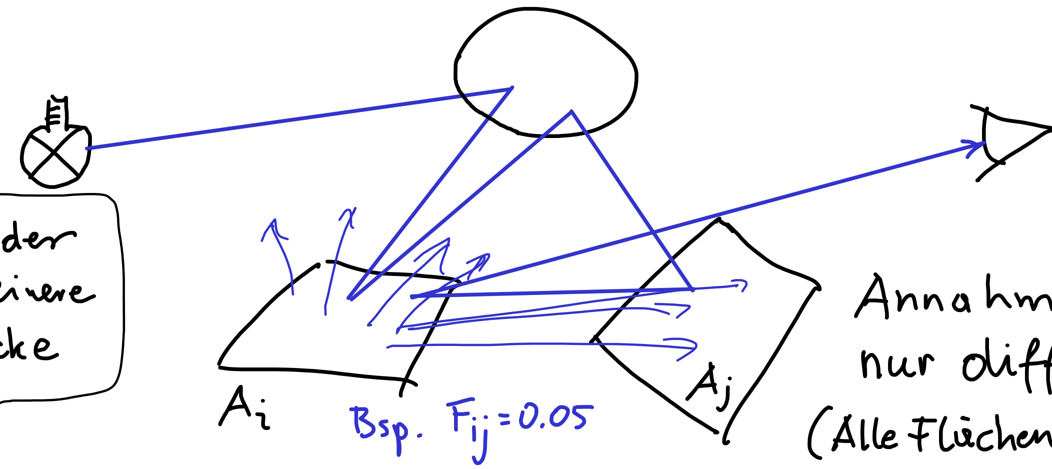
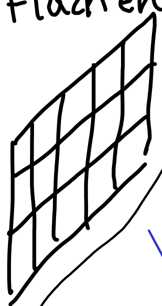
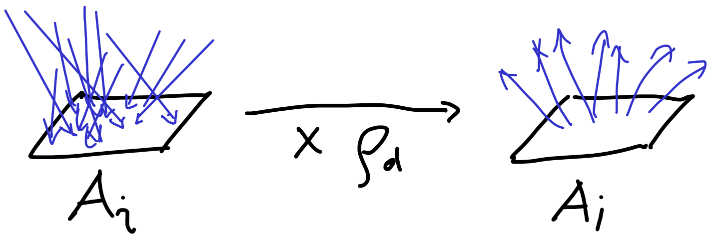
Globale Beleuchtung: Radiosity-Verfahren



Unterteilung der Szene in kleinere Flächenstücke



Annahme: nur diffuse Reflexion (Alle Flächen sind Lambert'sche Strahler)



Variablen:

M_i = spezifische Lichtausstrahlung für A_i $[lm/m^2]$

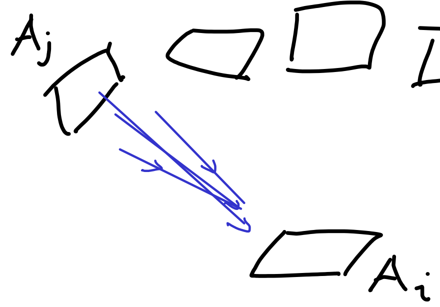
$A_1, A_2, \ldots, A_n$ ... Flächenstücke der Szene

Vereinfachende Annahme: M ist auf A_i konstant.

Formfaktor F_{ij}: Welcher Anteil des von A_i ausgesandten Lichtstroms landet in A_j?

$$\sum_{j=1}^{n} F_{ij} \leq 1 \quad \text{für alle } i$$

$$= 1 \quad \text{in einer geschlossenen Szene.}$$

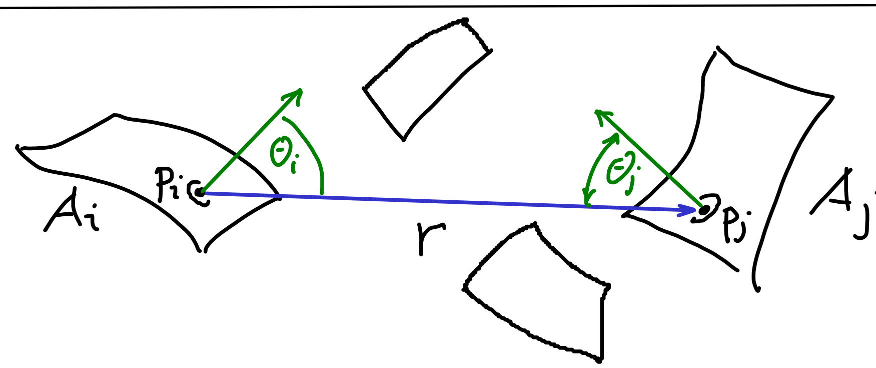


$$\underbrace{\underbrace{\left(\sum_{j=1}^{n} \underbrace{M_j \cdot |A_j|}_{\text{Lichtstrom aus } A_j} \cdot F_{ji}\right)}_{\text{Lichtstrom in } A_j} \rho_i}_{\text{Lichtstrom aus } A_i \text{ (ohne } E_i)} \Big/ |A_i| + E_i = M_i$$

E_i: spezifische Lichtausstrahlung von A_i durch Eigenstrahlung (Lichtquelle)

n lineare Gleichungen für n Variablen $M_1, \dots, M_n$

Formfaktoren F_{ij}

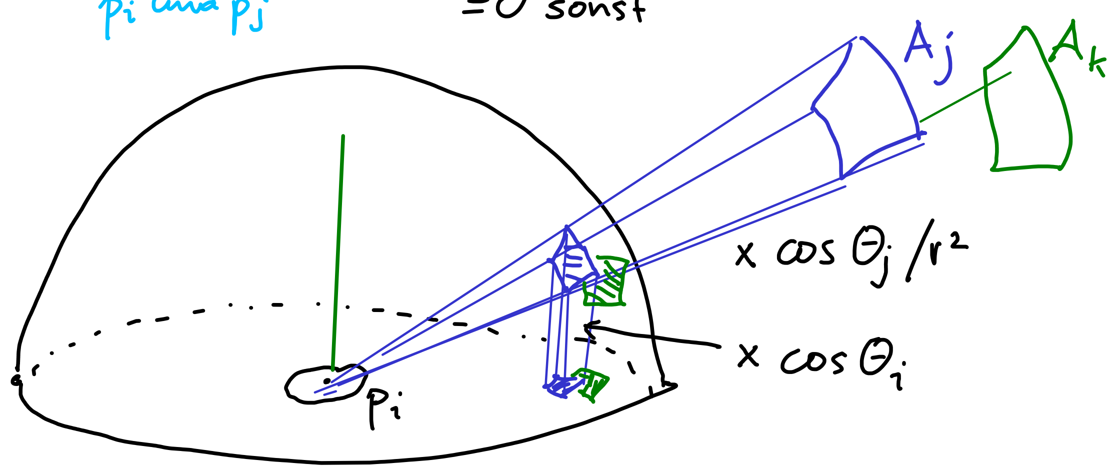


$$F_{ij} = \frac{1}{\pi} \int_{p_i \in A_i} \int_{p_j \in A_j} \frac{\cos\Theta_i \cdot \cos\Theta_j}{r^2} \cdot b \; dA_j \, dA_i \Big/ |A_i|$$

Funktionen von p_i und p_j

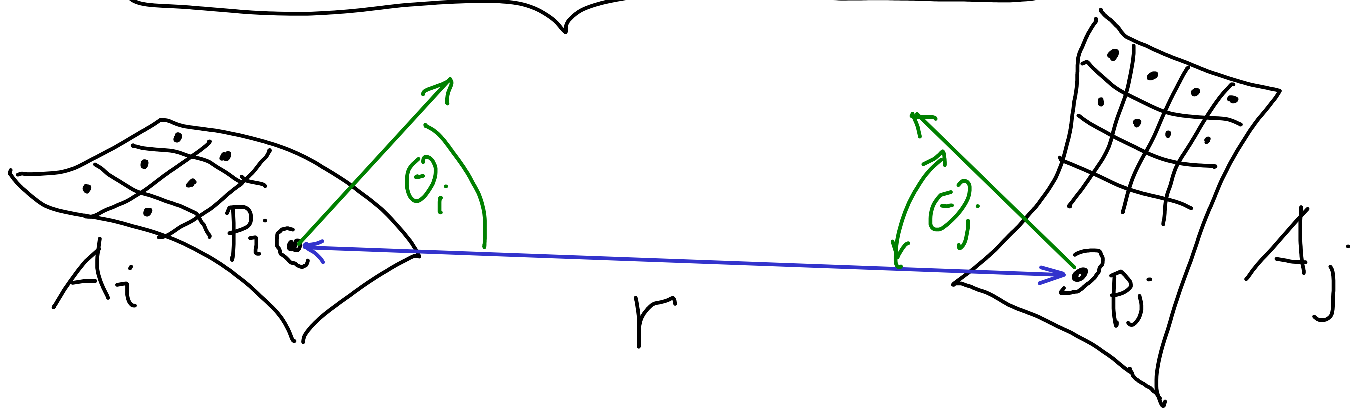
b: $=1$ falls $p_i \leftrightarrow p_j$ sichtbar ist, $=0$ sonst

geometrische Interpretation für einen Punkt p_i



Näherungsweise Berechnung des Formfaktors

$$F_{ij} = \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{p_i \in A_i} \int_{p_j \in A_j} \frac{\cos\Theta_i \cdot \cos\Theta_j}{r^2} \cdot b \; dA_j \, dA_i}_{} \Big/ |A_i|$$



1.) ganz einfach: wähle einen Punkt p_i und p_j als Repräsentanten
- berechne den Integranden
- multipliziere mit $|A_i| \cdot |A_j|$

2.) Verfeinerung: Zerlege A_i und A_j in kleine Teilstücke
- wende Methode 1) auf jedes Teilstück an
- addiere die Ergebnisse

Symmetrie: $$F_{ij} \cdot |A_i| = F_{ji} \cdot |A_j|$$

$$\left(\sum_{j=1}^{n} M_j \cdot |A_j| \cdot F_{ji} \right) \rho_i \Big/ |A_i| + E_i = M_i$$

$$\boxed{M_i = \sum_{j=1}^{n} \rho_i F_{ij} \cdot M_j + E_i}$$

$$M_1 = \rho_1 F_{11} M_1 + \rho_1 F_{12} M_2 + \dots + \rho_1 F_{1n} M_n + E_1$$
$$M_2 = \rho_2 F_{21} M_1 + \rho_2 F_{22} M_2 + \dots + \rho_2 F_{2n} M_n + E_2$$
$$M_3 = \dots$$

Iterative Lösung mit dem Jacobi-Verfahren:

$$\boxed{M_i^{(k+1)} := \sum_{j=1}^{n} \rho_i F_{ij} \cdot M_j^{(k)} + E_i}$$

ausgehend von einer Startnäherung $M_j^{(0)}$, z.B. $(0,0,\dots,0)$

$$\vec{M}^{(k)} = \left(M_1^{(k)}, M_2^{(k)}, \dots, M_n^{(k)}\right)$$

$$\boxed{\vec{M}^{(k+1)} := f\left(\vec{M}^{(k)}\right)} \qquad f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$$

Wenn alle $\rho_i < 1$ sind, dann ist f eine <u>kontrahierende Abbildung</u>:

$$\left\| f(\vec{u}) - f(\vec{v}) \right\|_\infty \leq c \cdot \| u - v \|_\infty \quad \text{mit } c < 1.$$

$$\|(u_1, \dots, u_n)\|_\infty = \max\{|u_1|, |u_2|, \dots, |u_n|\}$$

SATZ: Jede kontrahierende Abbildung hat einen eindeutigen Fixpunkt u^* mit $f(u^*) = u^*$.

Wenn man mit $\vec{M} = (0,0,\dots,0)$ startet, dann werden bei $\vec{M}^{(k)}$ diejenigen Lichtwege berücksichtigt, die von einer Lichtquelle $(E_i > 0)$ über höchstens $k-1$ Zwischenflächen ins Auge gelangen.