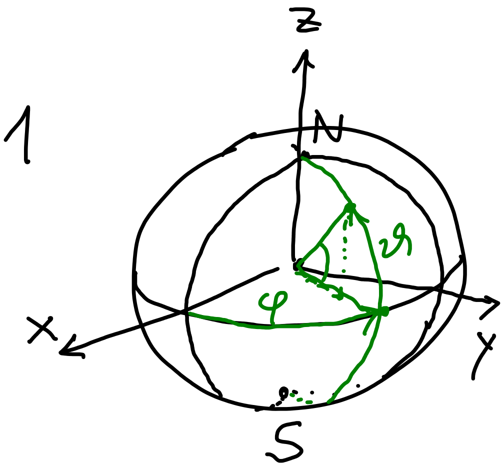
Computergrafik

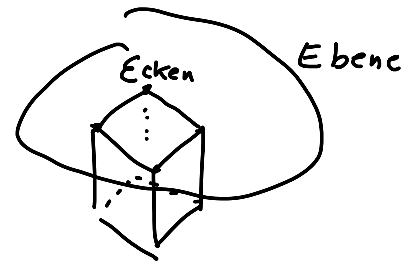
Geometrische Modellierung von Flächen

a) implizite Darstellung

Gleichung:

$$x^2+y^2+z^2=1$$





b) parametrische Darstellung

Funktion von ~~u, v~~: φ, ϑ Kugelkoordinaten

$$\boxed{\begin{aligned} x &= f(u,v) \\ y &= g(u,v) \\ z &= h(u,v) \end{aligned}}$$

$$\boxed{(u,v) \in \Omega \text{ (Bereich)}}$$

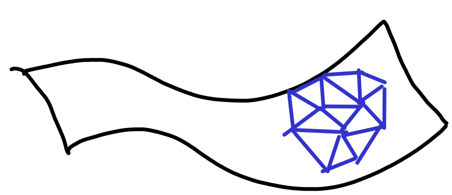
$$x = x(\varphi,\vartheta) = \cos\varphi \cdot \cos\vartheta$$

$$y = y(\varphi,\vartheta) = \sin\varphi \cdot \cos\vartheta$$

$$z = z(\varphi,\vartheta) = \sin\vartheta$$

$$0 \le \varphi \le 360^\circ \qquad -90^\circ \le \vartheta \le 90^\circ$$

c) Dreiecksgitter



implizite Darstellung für Kegel, Zylinder, Ellipsoid, Hyperboloid, Paraboloid, ...

parametrische Darstellung für ....

Normalvektoren

a) implizite Darstellung $\quad f(x,y,z) = 0$

$\rightarrow$ Normalvektor N in einem Punkt (x_0, y_0, z_0) mit $f(x_0, y_0, z_0) = 0$

Einschub: partielle Ableitung, Gradient

$$\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x} = f_x(x,y,z) = f \text{, abgeleitet nach } x$$

y, z werden als konstant betrachtet

$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y,z) - f(x,y,z)}{h}$$

$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$

$f_x(x,y,z) = 2x$

$f_y = 2y$

$f_z = 2z$

$g(x,y,z) = x^2 y^3 z + e^{x^3 y}$

$g_x(x,y,z) = 2x\,y^3 z + e^{x^3 y} \cdot 3x^2 y$

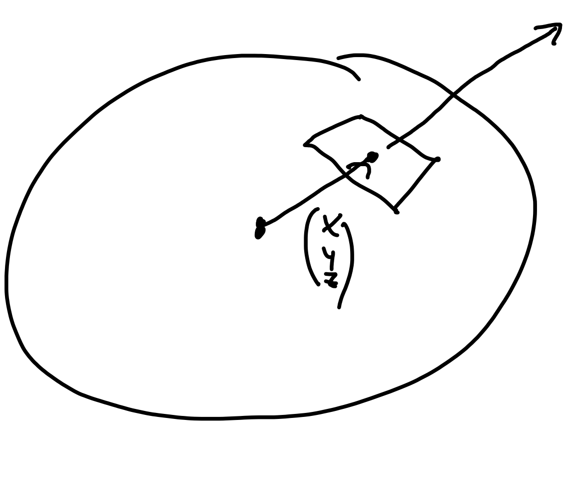
$g_y(x,y,z) = x^2\, 3y^2 z + e^{x^3 y} \cdot x^3$

$g_z(x,y,z) = x^2 y^3$

Gradient von $f = \nabla f = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix}$ = Richtung des steilsten Anstiegs von f

Die Normalenrichtung ist durch den Gradienten gegeben.

Bsp. Kugel $\quad \vec{n} = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix}$



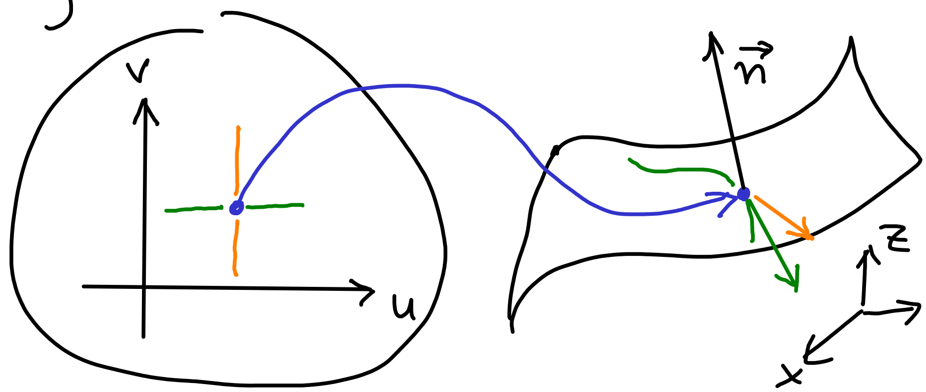
Bsp. Ebene: $f(x,y,z) = ax + by + cz + d$

$$\nabla f = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \vec{n}$$

$$\boxed{N = \pm \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|}} \qquad \vec{n} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) parametrische Darstellung

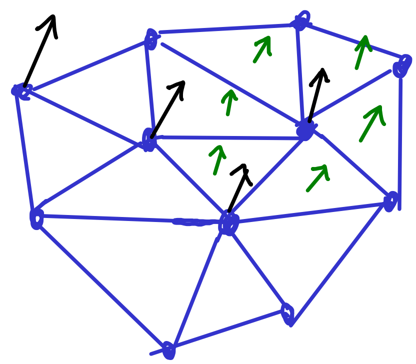
$$\boxed{\begin{aligned} x &= f(u,v) \\ y &= g(u,v) \\ z &= h(u,v) \end{aligned}}$$



$$\vec{n} = \begin{pmatrix} f_u(u,v) \\ g_u(u,v) \\ h_u(u,v) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} f_v(u,v) \\ g_v(u,v) \\ h_v(u,v) \end{pmatrix} \qquad N = \pm \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|}, \ \vec{n} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

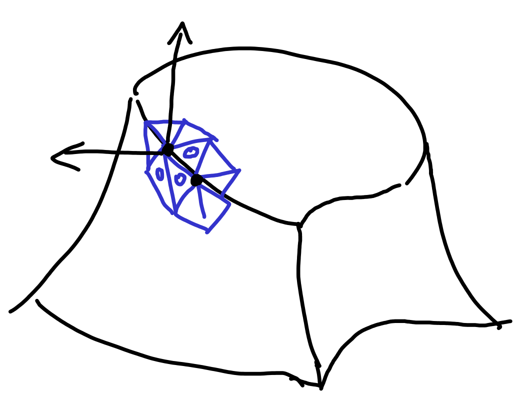
---

c) Dreiecksgitter



1) Normalvektoren sind explizit gegeben, als Teil der Daten.
2) Normalvektoren werden berechnet, z.B. als normierter Mittelwert aus den anliegenden Flächen

[→ Kegel mit Libre Office-Draw]



Entlang von Kanten in der Oberfläche sollen in einer Ecke auch verschiedene Normalvektoren verwendet werden.