

1. Skiplisten, 10 Punkte

- (a) Zeichnen Sie die Skipliste für die Schlüsselwerte 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 mit zugehörigen Höhen 2, 1, 4, 2, 1, 2, 2, 3, 4. (Die Zählung der Höhen fängt bei 1 an.)
- (b) Illustrieren Sie die Suche nach den Schlüsseln 25 und 80. Geben Sie jeweils genau an, welche und wieviele Schlüsselvergleiche durchgeführt werden.
- (c) Fügen Sie den Schlüssel 55 mit Höhe 3 ein. Geben Sie an, welche und wieviele Schlüsselvergleiche durchgeführt werden. Zeichnen Sie die entstehende Skipliste.

2. Polynomielle Reduktion, 10 Punkte

Beweisen Sie, dass die folgende Aufgabe „ORP“ NP-schwer ist.

ORP (offenes Rundreiseproblem)

*Eingabe:* Ein vollständiger gerichteter Graph  $F$  mit positiven ganzzahligen Kantengewichten  $c_{ij} > 0$ , und zwei verschiedene Knoten  $u$  und  $v$ . Gesucht ist die Länge des kürzesten Weges von  $u$  nach  $v$ , der jeden Knoten genau einmal besucht.

Setzen Sie die Tatsache als bekannt voraus, dass das Problem „HAM-KREIS“ NP-vollständig ist, und führen Sie eine passende Reduktion durch. Welches Problem müssen Sie für den Beweis auf welches reduzieren?

HAM-KREIS (Hamilton-Kreis)

*Eingabe:* Ein ungerichteter Graph  $G$ .

*Frage:* Gibt es einen Kreis, der jeden Knoten genau einmal besucht?

3. Suffixbaum, 10 Punkte

- (a) Zeichnen Sie den Suffixbaum für das Wort **AMALGAM**.
- (b) Das Teilwort „A“ kommt 3-mal vor. Durch welche Eigenschaft des Suffixbaums drückt sich diese Tatsache aus?
- (c) Allgemeiner: Wenn der Suffixbaum für das Wort  $x$  vorliegt, wie kann man an Hand des Suffixbaums feststellen, wie oft das Teilwort  $y$  in  $x$  enthalten ist?

4. Kürzester Weg, 10 Punkte

Berechnen Sie die Länge der kürzesten Wege vom Knoten 1 zu allen anderen Knoten im Graphen mit der folgenden Gewichtsmatrix  $C = (c_{ij})_{i,j=1,2,3,4,5}$  mit dem Algorithmus von Dijkstra. Das Matrixelement  $c_{ij}$  gibt die Länge der Kante  $(i, j)$  an.

Bestimmen Sie auch den kürzesten-Wege-Baum.

$$C = \begin{pmatrix} - & 7 & 10 & - & 3 \\ - & - & 1 & 7 & 2 \\ - & 1 & - & - & 2 \\ - & 9 & 3 & - & 8 \\ 3 & 6 & - & 3 & - \end{pmatrix}$$

Geben Sie nach jedem Schritt den Wert der für den Algorithmus wesentlichen Variablen an. (Interne Darstellungen einer Datenstruktur, zum Beispiel einer Prioritätswarteschlange, brauchen Sie nicht anzugeben.)

Das Betrachten aller ausgehenden Kanten von einem Knoten zählt dabei als ein Schritt.