

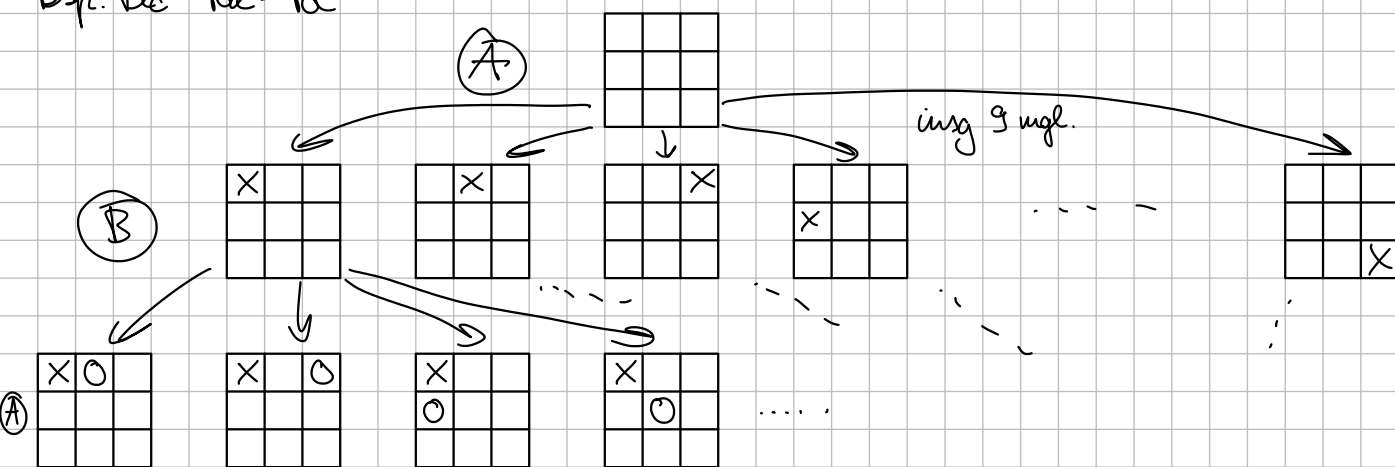
# Analyse von Spielen

- 2 Personen A und B
- Nullsummenspiele (d.h. Gewinn von A = Verlust von B, keine kooperativen Spiele)
- vollständige Information
- kein Zufall
- A und B ziehen abwechselnd, A beginnt

Modelliere als Graph: Knoten  $\equiv$  Spielpositionen / - Konfigurationen

- Spielkonfiguration: Status d. Spiels (Position der Figuren etc.) + Wer ist am Zug?
- Endpositionen: Positionen, wo Ergebnis / Wertung fest steht (= Gewinnwert von A)  
A möchte maximieren, B möchte minimieren
- Kanten: Übergänge / Spielzüge
- Startposition

Bsp. Tic-Tac-Toe



grobe Abschätzung (# Knoten):  $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \dots = 9! = 362880$

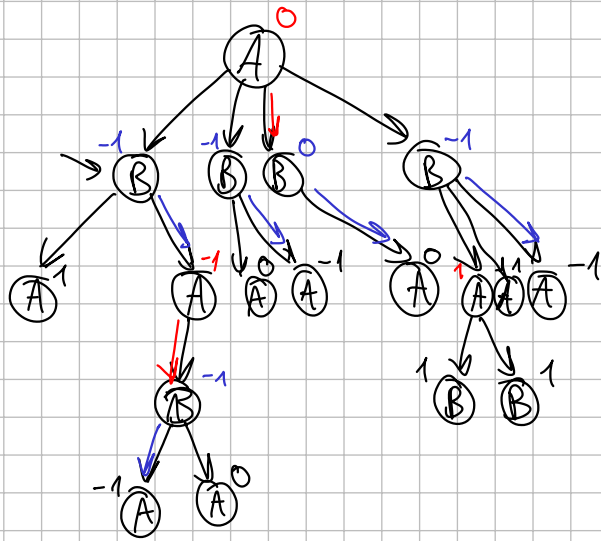
bessere Abschätzung:

$$1 + 9 + \binom{9}{1} \cdot \binom{8}{1} + \binom{9}{2} \cdot \binom{7}{1} + \binom{9}{2} \cdot \binom{7}{2} + \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2} + \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{3} + \binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3} + \binom{9}{4} \cdot \binom{5}{4} + \binom{9}{5} \cdot \binom{4}{4}$$
$$= 6046$$

laut Wikipedia: 5478 Spielzustände

$\hookrightarrow 765$  — 11 — modulo Symmetrien

Wie wertet man solche Spiele aus?



Min-Max-Algorithmus

Wert des Spiels in einem inneren Knoten = Ergebnis wenn A bzw. B optimal spielt

A-Knoten = Maximum der Werte der Kinder

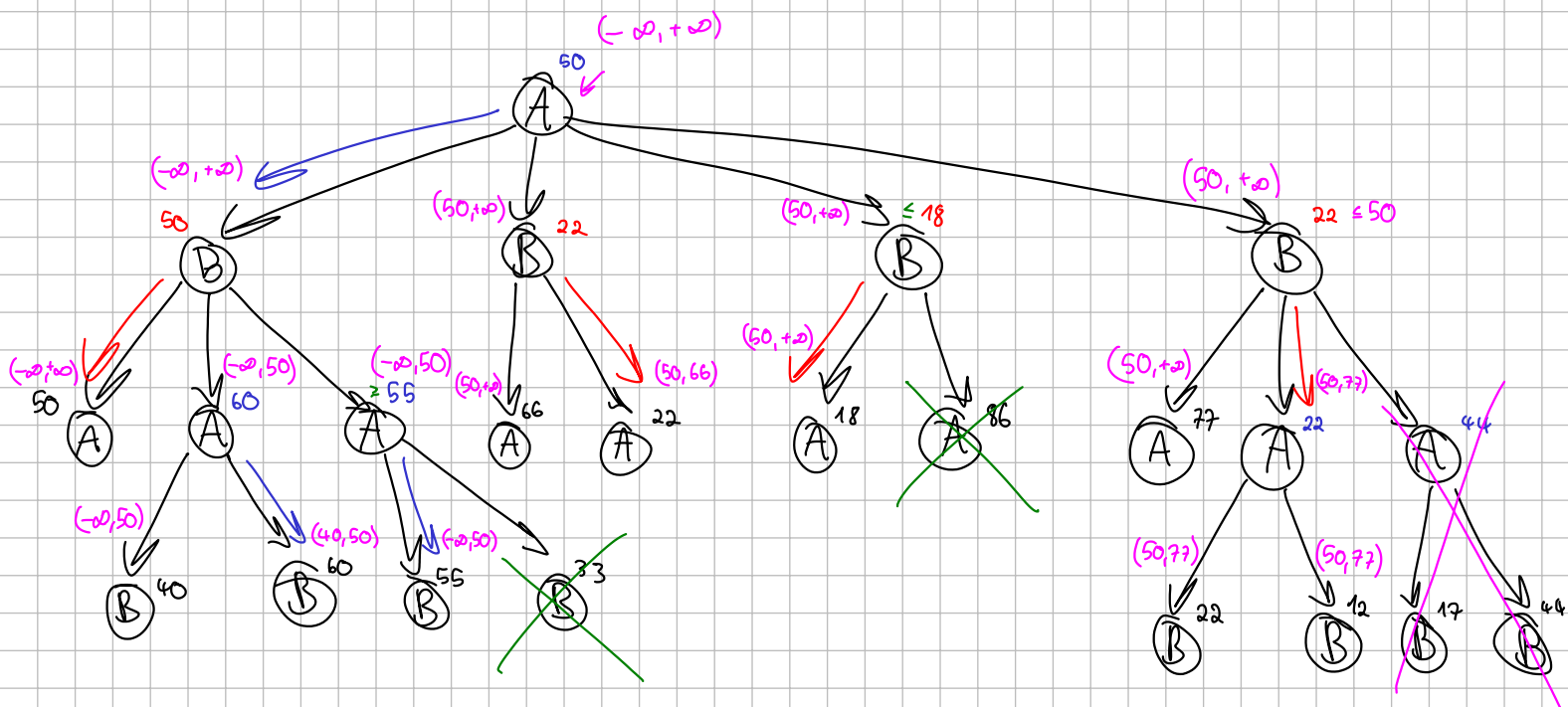
B-Knoten = minimum ———— || ————

Wert des Spiels = Wert des Spiels im Startknoten

(Gewinn) Strategie für A: für jeden\* A-Knoten eines der Kinder zu wählen, deren Wertung dem Maximum entsprechen.

\* zumindest für unter dieser Strategie erreichbare Knoten

Heuristische Bewertungsfunktion



$\alpha$ - $\beta$ -Suche

$\text{berechneWert}(v, \alpha, \beta) \quad -\infty \leq \alpha < \beta \leq +\infty$

Berechne den Wert  $w$  des Knotens  $v$ , der sich gemäß Min-Max-Alg. ergibt

Falls  $\alpha < w < \beta$  bestimme  $w$  genau

Alle Werte  $w \leq \alpha$  sind linearlei

——||——  $w \geq \beta$  ——||——

Starte mit  $\text{berechneWert}(\text{Startknoten}, -\infty, +\infty)$

Fall 1:  $v$  ist Max-Knoten

$w \leftarrow \alpha$

für alle Kinder  $u$  von  $v$ :

$w' \leftarrow \text{berechneWert}(u, w, \beta)$

$w \leftarrow \max(w, w')$

if  $w \geq \beta$ : return  $w$

return  $w$

Fall 2:  $v$  ist Min-Knoten

$w \leftarrow \beta$

für alle Kinder  $u$  von  $v$ :

$w' \leftarrow \text{berechneWert}(u, \alpha, w)$

$w \leftarrow \min(w, w')$

if  $w \leq \alpha$ : return  $w$

return  $w$